

۱- مختصات بردار یکه ی هم جهت با بردار  $\vec{a} = (1, 1, \sqrt{2})$  را بیابید و زاویه های این بردار با محورهای مختصات را حساب کنید. (۱ نمره)

۲- بردار  $\vec{a}$  هم بر بردار  $\vec{b} = (1, 4, 1)$  و هم بر بردار  $\vec{c} = (3, 7, 2)$  عمود است. اگر اندازه ی  $\vec{a}$  برابر با  $6\sqrt{3}$  باشد آن گاه مختصات  $\vec{a}$  را مشخص کنید. (۲ نمره)

۳- فاصله ی نقطه ی  $A(1, 2, 3)$  از خط  $d: \begin{cases} x+y=5 \\ z=1 \end{cases}$  چه قدر است؟ (۲ نمره)

۴- معادله ی فصل مشترک دو صفحه ی  $2x+y+3z=6$  و  $5x-y-3z=1$  را به دست آورید. (۱ نمره)

۵- معادله ی صفحه ی شامل نقطه ی  $A(2, 1, 1)$  و خط  $d: \frac{x-1}{2} = y = z+2$  را به دست آورید و سپس فاصله ی مبدا مختصات از این صفحه را حساب کنید. (۲ نمره)

۶- معادله ی یک سهمی به صورت  $y^2 + 4y - 4x + 12 = 0$  است. معادله خط هادی این سهمی را به دست آورید. (۱ نمره)

۷- معادله ی یک هذلولی را به دست آورید که نقاط  $A(2, -1)$  و  $A'(-2, -1)$  رأس های آن و خروج از مرکزش  $2\sqrt{2}$  باشد. (۲ نمره)

۸- معادله ی یک مکان هندسی به صورت  $5x^2 + 4xy + 2y^2 - 2x + y = 3$  است. معادلات تبدیل برای استاندارد کردن این معادله را بنویسید. (۲ نمره)

۹- معادله ی یک مقطع مخروطی به صورت  $2x^2 + 6xy + 2y^2 - 15 = 0$  است. معادله را استاندارد کنید و فاصله ی  
 کانونی این مقطع مخروطی را حساب کنید. (۱ نمره)

۱۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  آن گاه حاصل  $A^{58}$  را به دست آورید. (۱ نمره)

۱۱- تساوی های زیر را بدون بسط دادن دترمینان ثابت کنید (۲نمره)

$$\text{الف) } \begin{vmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & z \\ x & y & 1+z \end{vmatrix} = 1+x+y+z$$

$$\text{ب) } \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix} = (x-y)(x-z)(z-y)$$

۱۲- اگر  $A$  ماتریسی مربعی و  $A^3$  برابر با ماتریس صفر باشد آن گاه وارون ماتریس  $A+I$  را بیابید.  
 (۱ نمره)

$$۱۳- \text{ دستگاه معادلات } \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ x + 3y - z = 6 \\ 3x + y + 2z = 5 \end{cases} \text{ را به روش گاوس حل کنید. (۲ نمره)}$$